

Ph.D. Program in Mathematics (2024/2025) – University of “Roma Tre”
List of Subjects for the Oral Exam

GEOMETRY

- GE1 Affine and projective classification of conics
- GE2 The Gauss-Bonnet Theorem (for surfaces in three dimensional space)
- GE3 Fundamental group and (topological) covering spaces
- GE4 Classification of compact topological surfaces
- GE5 Brouwer Fixed Point Theorem
- GE6 The Riemann-Hurwitz Theorem (for maps between Riemann Surfaces)
- GE7 Projective plane Curves: Bezout Theorem and the degree-genus formula (of Plücker)

ALGEBRA

- AL1 Classification of finitely generated abelian groups
- AL2 The Sylow Theorems
- AL3 Finite fields and their uniqueness
- AL4 The fundamental theorem of Galois Theory
- AL5 Quadratic residues and Quadratic Reciprocity
- AL6 Nullstellensatz (Hilbert “theorem of zeros”)
- AL7 The ring of integers of a number field

MATHEMATICAL ANALYSIS

- AM1 Implicit function theorem
- AM2 Theory of Lebesgue integration
- AM3 Fourier series and Fourier transform
- AM4 Hilbert spaces and spectral theorem for compact self-adjoint operators
- AM5 Power series and analytic functions
- AM6 Cauchy’s integral theorem in complex analysis
- AM7 Theorems of existence and uniqueness for solutions of ordinary differential equations

NUMERICAL ANALYSIS

- AN1 Gaussian elimination; iterative methods in Linear Algebra
- AN2 Vector and matrix norms, condition number
- AN3 Eigenvectors and Eigenvalues
- AN4 Finding roots: Newton method, secant, and tangent methods
- AN5 Lagrangian interpolation and non equispaced interpolation; Chebyshev approximation
- AN6 Newton-Cotes formulas; Gaussian quadrature rule
- AN7 Numerical methods for the ODE systems with initial or boundary values

MATHEMATICAL PHYSICS

- FM1 Integration of conservative, 1D systems
- FM2 Small oscillations around stable points for mechanical systems
- FM3 Two body problems
- FM4 The Hamilton–Jacobi method
- FM5 Lyapunov function: properties and examples
- FM6 Canonical transformations
- FM7 Constrained motions and Lagrangians

PROBABILITY

Ph.D. Program in Mathematics (2024/2025) – University of “Roma Tre”
List of Subjects for the Oral Exam

- PR1 Borel-Cantelli lemmas
- PR2 Law of large numbers (weak and strong)
- PR3 Central limit theorem
- PR4 Martingales and Doob’s convergence theorem for martingales bounded in L^1
- PR5 Tail sigma-algebra and Kolmogorov’s zero-one law
- PR6 Conditional expectation of a random variable with respect to a sigma-algebra
- PR7 Different notions of convergence for sequences of random variables

COMPUTER SCIENCE

- IN1 The Speed-Up Theorem for Turing-decidable sets
- IN2 P vs NP
- IN3 Church-Rosser’s theorem in lambda calculus
- IN4 Neural Networks and image processing
- IN5 Key agreement schemes
- IN6 Public-key and private-key encryption systems
- IN7 Sorting algorithms (bubblesort, quicksort, etc.)

MATHEMATICAL LOGIC

- LM1 The completeness theorem of first-order logic
- LM2 The compactness theorem of first-order logic and its consequences
- LM3 Recursive functions, Turing completeness, and Church's Thesis
- LM4 The cut-elimination theorem for first-order logic
- LM5 Ordinals and transfinite induction in ZF set theory
- LM6 The Axiom of Choice in ZF set theory
- LM7 Gödel's incompleteness theorems

Ph.D. Program in Mathematics (2024/2025) – University of “Roma Tre”

List of Subjects for the Oral Exam

GEOMETRIA

- GE1 Classificazione affine e proiettiva delle coniche
- GE2 Teorema di Gauss-Bonnet (per le superfici nello spazio tridimensionale)
- GE3 Gruppo fondamentale e rivestimenti topologici
- GE4 Classificazione delle superfici topologiche compatte
- GE5 Teorema del punto fisso di Brouwer
- GE6 Teorema di Riemann-Hurwitz (per le applicazioni tra superfici di Riemann)
- GE7 Curve proiettive piane: Teorema di Bezout e formula del genere (di Plucker)

ALGEBRA

- AL1 Classificazione dei gruppi abeliani finitamente generati
- AL2 I teoremi di Sylow
- AL3 Campi finiti e loro unicità
- AL4 Il teorema fondamentale della Teoria di Galois
- AL5 Residui quadratici e reciprocità quadratica
- AL6 Nullstellensatz
- AL7 Anello degli interi di un campo di numeri

ANALISI MATEMATICA

- AM1 Il teorema delle funzioni implicite
- AM2 Teoria dell'integrazione secondo Lebesgue
- AM3 Serie e trasformata di Fourier
- AM4 Spazi di Hilbert e teorema spettrale per operatori compatti auto-aggiunti
- AM5 Serie di potenze e funzioni analitiche
- AM6 Il teorema integrale di Cauchy in analisi complessa
- AM7 Teoremi di esistenza e unicità per soluzioni di equazioni differenziali ordinarie

ANALISI NUMERICA

- AN1 Eliminazione Gaussiana; metodi iterativi in Algebra Lineare
- AN2 Norme di vettori, norme di matrici, numero di condizionamento
- AN3 Calcolo di autovalori e di autovettori
- AN4 Radici di equazioni: metodo di Newton, delle secanti, delle tangenti
- AN5 Interpolazione Lagrangiana e interpolazione non equispaziata; approssimazione di Chebyshev
- AN6 Formule di quadratura di Newton-Cotes; formule di quadratura Gaussiana
- AN7 Metodi numerici per la risoluzione di problemi ai valori iniziali per equazioni differenziali ordinarie e sistemi

FISICA MATEMATICA

- FM1 Integrazione di sistemi unidimensionali conservativi
- FM2 Piccole oscillazioni intorno a equilibri stabili di sistemi meccanici
- FM3 Il problema dei due corpi
- FM4 Il metodo di Hamilton–Jacobi
- FM5 Funzioni di Lyapunov (proprietà, esempi, etc.)
- FM6 Trasformazioni canoniche
- FM7 Lagrangiane e moti vincolati

Ph.D. Program in Mathematics (2024/2025) – University of “Roma Tre”
List of Subjects for the Oral Exam

PROBABILITÀ

- PR1 Lemmi di Borel-Cantelli
- PR2 Legge dei grandi numeri (debole e forte)
- PR3 Teorema del limite centrale
- PR4 Martingale e teorema di Doob sulla convergenza di martingale limitate in L^1
- PR5 Sigma-algebra coda e legge 0-1 di Kolmogorov
- PR6 Valore atteso di una variabile aleatoria condizionata a una sigma algebra
- PR7 Diverse nozioni di convergenza per successioni di variabili aleatorie

INFORMATICA

- IN1 Il teorema di Speed-up per gli insiemi Turing-decidibili
- IN2 P vs NP.
- IN3 Il teorema di Church-Rosser nel lambda calcolo.
- IN4 Reti Neurali e image processing.
- IN5 Schemi per la condivisione delle chiavi.
- IN6 Sistemi di cifratura a chiave pubblica e a chiave privata.
- IN7 Algoritmi di ordinamento (bubblesort, quicksort, ...).

LOGICA MATEMATICA

- LM1 Il teorema di completezza della logica del primo ordine
- LM2 Il teorema di compattezza della logica del primo ordine e le sue conseguenze
- LM3 Funzioni ricorsive, Turing completezza e la Tesi di Church
- LM4 Il teorema di eliminazione del taglio per la logica del primo ordine
- LM5 Ordinali ed induzione transfinita nella teoria degli insiemi ZF
- LM6 L'assioma di scelta nella teoria degli insiemi ZF
- LM7 I teoremi di incompletezza di Gödel